绝密 ★ 考试结束前

全国2016年10月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^T表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩。

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

www.jszk.com 江苏自考网

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1．已知2阶行列式$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=-2$，则$\begin{vmatrix} -a_1+a_2 & 2a_2 \\ -b_1+b_2 & 2b_2 \end{vmatrix}=$

A．-4　　B．-2　　C．2　　D．4

2．设矩阵$A^*=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$，则$A^{-1}=$

A．$\begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$　　B．$\begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$

C．$\begin{pmatrix} -1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$　　D．$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix}$

3．设n阶矩阵$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$满足$\boldsymbol{ABC}=\boldsymbol{E}$，则

A．$A^{-1}=B^{-1}C^{-1}$　　B．$A^{-1}=C^{-1}B^{-1}$　　C．$B^{-1}=CA$　　D．$B^{-1}=AC$

4．设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$可由向量组$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$线性表出，下列结论中正确的是

A．若$s>t$，则$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性相关　　B．若$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$线性无关，则$s>t$

C．若$s>t$，则$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$线性相关　　D．若$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性无关，则$s>t$

5．设3元线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，已知$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=\mathrm{r}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=2$，其两个解$\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2$满足$\boldsymbol{\eta}_1+\boldsymbol{\eta}_2=(-1,0,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}_1-\boldsymbol{\eta}_2=(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$k$为任意常数，则方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$的通解为

A．$\frac{1}{2}(-1,0,1)^{\mathrm{T}}+k(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}$　　B．$\frac{1}{2}(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}+k(-1,0,1)^{\mathrm{T}}$

C．$(-1,0,1)^{\mathrm{T}}+k(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}$　　D．$(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}+k(-1,0,1)^{\mathrm{T}}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）

6．设$f(x)=\begin{vmatrix}0 & x & -1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{vmatrix}=a_1x+a_0$，则$a_0=$__________.

7．2阶行列式$\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}$第2行元素的代数余子式之和为__________.

8．已知矩阵$\boldsymbol{A}=(1,0,-1)$，$\boldsymbol{B}=(2,-1,1)$，且$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$，则$\boldsymbol{C}^2=$__________.

9．设$\boldsymbol{A}$为2阶矩阵，若存在矩阵$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，使得$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{A}=$__________.

10．设向量$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,-1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,-1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(-1,1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}=(1,0,0)^{\mathrm{T}}$，则$\boldsymbol{\beta}$由向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性表出的表示式为__________.

11．设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(-2,1,3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(k+2,1,0)^{\mathrm{T}}$线性相关，则数$k=$_____.

12．设向量$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2)^{\mathrm{T}}$与$\boldsymbol{\alpha}_2=(4,0,k)^{\mathrm{T}}$正交，则数$k=$__________.

www.js-zk.com 江苏自考网

13. 设 3 元非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的增广矩阵 $\overline{\boldsymbol{A}}$ 经初等行变换化为

$$\overline{\boldsymbol{A}}\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&2&-3&1\\0&1&1&2\\0&0&(k+2)(k-1)&k-1\end{array}\right)$$

若该方程组有无穷多解，则数 $k=$__________.

14. 矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&-3\\1&-2\end{pmatrix}$ 的两个特征值之和等于__________.

15. 二次型 $f(x_1,x_2)=-x_1^2-x_2^2+2x_1x_2$ 的规范形为__________.

三、计算题（本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分）

16. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}a_1-b_1&a_1-b_2&a_1-b_3\\a_2-b_1&a_2-b_2&a_2-b_3\\a_3-b_1&a_3-b_2&a_3-b_3\end{vmatrix}$.

17. 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&2&1\\2&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{A}^*$ 及 $\boldsymbol{A}^{-1}$.

18. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 第 1 行的 2 倍加到第 3 行得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，再将 $\boldsymbol{B}$ 第 2 列与第 3 列互换得到单位矩阵 $\boldsymbol{E}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

19. 求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,3,4,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,0,1,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(3,4,3,-9)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(1,1,2,0)^{\mathrm{T}}$ 的秩和一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20. 求线性方程组

$$\begin{cases}x_1-x_2-3x_4=-2\\x_1+2x_3-2x_4=-1\\2x_1-2x_2+x_3-6x_4=-5\\-x_1+2x_2+3x_3+4x_4=2\end{cases}$$

的通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

www.js-zk.com 江苏自考网

21．设$\boldsymbol{A}$为3阶实对称矩阵，已知$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=2$，$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,1)^{\mathrm{T}}$分别是$\boldsymbol{A}$的属于特征值$\lambda_1=-1$，$\lambda_2=1$的特征向量．求$\boldsymbol{A}$的另一个特征值和对应的特征向量．

22．求正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}$，将二次型$f(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2$化为标准形．

四、证明题（本题7分）

23．设$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$是齐次线性方程组$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$的一个基础解系，证明$\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\beta}_2=2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$也是方程组$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$的一个基础解系．

www.js-zk.com 江苏自考网